

苹果果实生长的数学模型及各生长指标间的相关性分析

徐臣善^{1,2}, 徐爱红^{2,4}, 高东升², 程述汉^{3*}

(1. 德州学院生态与园林建筑学院, 山东德州 253023; 2. 山东农业大学园艺科学与工程学院, 山东泰安 271018;
3. 山东农业大学信息科学与工程学院, 山东泰安 271018; 4. 山东华宇工学院基础部, 山东德州 253034)

摘 要: 以富士苹果(*Malus domestica* ‘Fuji’) 为试材, 测定其果实生长发育期间各生长指标的动态变化, 选择5种理论生长方程对纵径、横径、单果重、体积、干重进行拟合, 并根据拟合结果确定合适的生长方程建立各生长指标的数学模型, 采用多项式拟合建立果形指数变化的数学模型, 同时对果实各生长指标之间进行相关性分析。结果表明, 果实纵径、横径生长适合选择 Logistic 方程, 单果重、体积、干重适合选择 Gompertz 方程, 果形指数的变化适合采用多项式拟合; 果实纵径、横径、单果重、体积、干重两两之间均呈显著正相关, 果形指数、果实干物质相对含量均与纵径、横径、单果重、体积、干重之间呈显著负相关, 果实密度与纵径、横径、单果重、体积、干重之间呈显著负相关, 而与果形指数、果实干物质相对含量之间呈显著正相关。

关键词: 苹果; 相关性分析; 拟合精度; 生长方程; 果实生长指标

中图分类号: S661. 1

文献标识码: A

文章编号: 2095-0837(2015)01-0072-09

Mathematical Model of Apple Fruit Growth and Correlation Analysis among Growth Indices

XU Chen-Shan^{1,2}, XU Ai-Hong^{2,4}, GAO Dong-Sheng², CHENG Shu-Han^{3*}

(1. College of Ecology and Garden Architecture, Dezhou University, Dezhou, Shandong 253023, China;
2. College of Horticultural Science and Engineering, Shandong Agricultural University, Tai'an, Shandong 271018, China;
3. College of Information Science and Engineering, Shandong Agricultural University, Tai'an, Shandong 271018, China;
4. Department of Foundation Teaching, Shandong Huayu University of Technology, Dezhou, Shandong 253034, China)

Abstract: ‘Fuji’ apple (*Malus domestica* ‘Fuji’) was used as test material to determine dynamic changes in growth indices of fruit during the growth and development period. Five theoretical growth equations were adopted to fit vertical diameter, horizontal diameter, single fruit weight, single fruit volume and dry weight, and appropriate growth equations according to fitting results were selected to establish mathematical models of growth indices of fruit. Polynomial fitting was used to establish a mathematical model of dynamic change in fruit shape index. Correlation analysis was then conducted among growth indices of fruit. Results showed that the mathematical growth models of fruit vertical diameter and horizontal diameter were appropriately established with the Logistic equation, while mathematical growth models of single fruit weight, single fruit volume and dry weight were appropriate for the Gompertz equation, and fruit shape index for polynomial fitting. Correlation analysis among the growth indices of fruit showed that each correlation coefficient between two indices, containing fruit vertical diameter, horizontal diameter, single fruit weight, single fruit volume and dry weight, was significantly positive. Both fruit shape index and relative content of dry matter in fruit showed significant negative correlation with vertical diameter, horizontal diameter, single fruit

收稿日期: 2014-06-25, 退修日期: 2014-08-12。

基金项目: 国家“863”计划项目(2008AA10Z219); 德州学院人才引进项目(402115)。

作者简介: 徐臣善(1983-), 男, 博士, 研究方向为果树栽培生理及数学模型(E-mail: michael_10@163.com)。

* 通讯作者(Author for correspondence. E-mail: shcheng@sdau.edu.cn)。

weight, single fruit volume and dry weight. The density of fruit showed significant negative correlation with vertical diameter, horizontal diameter, single fruit weight, single fruit volume and dry weight, but significant positive correlation with fruit shape index and relative content of dry matter in fruit.

Key words: Apple; Correlation analysis; Fitting precision; Growth equation; Growth indices of fruit

植物生长模拟是以系统分析和数学模拟来定量描述植物的生长发育、形态建成和产量形成过程以及对生长环境变化的反应, 有助于帮助人们了解在不同的生理生态条件下, 植物生育期进程、干物质积累分配、叶面积形成动态、器官建成等进程的规律。生长方程作为描述一种有机体或一个种群大小随时间变化的模型, 可反映某些生物生长的规律^[1]。生长方程总体上可分为经验方程和理论生长方程 2 类^[2], 与经验方程相比, 理论生长方程由于逻辑性强、适用性广、机理性好, 方程参数具有明确的生物学意义而被广泛应用于生物生长模型研究中^[3], 目前应用较多的有 Logistic 方程、Mitscherlich 方程(单分子式)、Gompertz 方程、Richard 方程及 Korf 方程^[3-9]。

关于果实生长的数学模型已有较多研究, 主要是以时间因子及光照、温度、水分等生态因子为变量, 采用多项式拟合、理论方程、经验方程及已有模型等拟合构建果实生长的数学模型。包东娥等^[10]、刘勇等^[11]、刘冰浩等^[12]、段金辉等^[13]、李玉石^[14]、朱建华等^[15]、吴文龙等^[16]采用多项式拟合分别构建了金太阳杏(*Prunus armeniaca* ‘Sungold’)、甜柿(*Diospyros kaki* L.)、金柑(*Fortunella crassifolia* Swingle)、西瓜(*Citrullus lanatus* L.)、油桃(*Prunus persica* (L.) Batsch var. *nectarina* Maxim)、荔枝(*Litchi chinensis* Sonn.)、黑莓(*Rubus loganobaccus* ‘Boysen’)果实关于发育天数的生长模型; 匡晓东等^[17]、刘丽琴等^[18]、薄颖生等^[19]、徐回林等^[20]、刘慧等^[21]、袁启凤等^[22]采用 Logistic 方程分别构建了蜜柚(*Citrus grandis* (L.) Osbeck)、龙眼(*Dimocarpus longan* Lour.)、核桃(*Juglans regia* L.)、南丰蜜橘(*Citrus reticulata* ‘Nanfeng Mandarin’)、油桃、纽荷尔脐橙(*Citrus sinensis* ‘Newhall’)果实关于发育天数的生长模型; Avanza

等^[23]采用 Logistic 方程、Gompertz 方程、Morgan Mercer Flodin 方程、Richard 方程及 Weibull 方程拟合了甜橙(*Citrus sinensis* Osbeck)果实关于发育天数的生长模型; Godoy 等^[24]采用 Logistic 方程、Gompertz 方程及 Monomolecular 方程拟合了高丛蓝莓(*Vaccinium corymbosum* L.)果实关于发育天数的生长模型; 赵世荣等^[25]采用 Peel-Reed 模型、Gauss 模型、Bertalanffy 模型、Morgan Mercer Flodin 模型及多项式等拟合了极晚熟杏(*Armeniaca vulgaris* Lam.)果实关于发育天数的生长发育动态; 高照全等^[26]采用 Logistic 方程构建了不同水分条件下的油桃果实生长模型; 杨丽丽等^[27]采用修正 Logistic 方程构建了包含时间、温度、湿度、光照强度等因子的番茄(*Lycopersicon esculentum* Mill)果实生长模型; 刁明等^[28]、袁昌梅等^[29]利用辐热积法(包含光照和温度因子)分别构建了温室甜椒(*Capsicum annuum* L.)、温室网纹甜瓜(*Cucumis melo* L. var. *eticulates* Naud.)果实干物质积累模型; 倪纪恒等^[30]、滕林等^[31]利用辐热积法分别构建了温室黄瓜(*Cucumis sativus* L.)、温室番茄果实生长模型; 张智优等^[32]建立了基于温度、光照等参数的温室番茄果实生长发育指数的数学模型。苹果果实生长发育的数学模型研究较少, 李慧峰等^[33]采用转换曲线方程建立了苹果(*Malus domestica* Borkh.)果实重量变化数学模型, 并采用对数方程拟合了果实纵径、横径变化, 但其所用拟合方程较少。目前, 采用多个理论生长方程对苹果果实生长的模拟未见报道, 本研究以富士苹果(*M. domestica* ‘Fuji’)为试材, 利用 5 种理论生长方程对果实的纵径、横径、单果重、体积、干重进行数学模拟, 根据不同生长方程的拟合精度与参数的生物学意义建立数学模型, 还利用多项式拟合建立果形指数的数学模型, 并对果实各生长指标之间进行相关性分析, 以探讨苹果果

实的生长发育规律,为确定科学的田间管理措施,实现果品的优质、高产提供依据和参考。

1 材料与方法

1.1 材料

果实采自泰安肥城市潮泉镇果园(北纬 36°14', 东经 116°46') 8 年生富士苹果 (*Malus domestica* 'Fuji') '长富 2 号' 植株。树形为小冠疏层形,南北行向,株行距为 3 m×5 m,土壤为沙壤土,灌溉条件较好,树势中庸,生长良好。

1.2 方法

1.2.1 果实负载量的确定

按梢果(新梢与果实的比值)3:1的比例确定单株果实负载量。采取先疏花序后定果的技术,即从花芽膨大期到开花期,按留果标准要求选留壮枝壮花序,并待其坐果以后再进行疏果(花后 1 个月内完成)。

1.2.2 果实生长指标的测定

选取树体大小、生长势均匀一致的苹果树 6 株,每一单株作为一个小区处理,设置 6 次重复。对选取的苹果树进行常规管理,并保证肥水等栽培条件一致。自花后 20 d 开始测定果实的生长动态,每株选取树冠上部、中部及下部的果实各 1 个,6 株共取 18 个,放入冰盒中立即带回实验室;每隔 2 周左右于上午 10:00 采样一次,直至果实成熟。用游标卡尺测定果实的纵径、横径并计算果形指数;用万分之一天平测定果实的单果重,用排水法测定果实的体积,根据果实单果重和体积计算果实密度。测定上述指标后将果实迅速洗净,用吸水纸吸干果实表面水分后,放入 105℃ 烘箱中杀青 20 min,然后 80℃ 烘干至恒重,再用万分之一天平称其重量,即果实干重,最后根据果实的干重和鲜重计算果实干物质的相对含量。果实各生长指标均取其平均值。

1.2.3 理论生长方程及数学解析特性^[34]

Logistic 方程:

$$y = \frac{A}{1 + me^{-rt}} \quad A, m, r > 0 \quad (1)$$

式中: A 为植物生长的最大参数,即 $A = y_{\max}$; m 是与初始值有关的参数; r 是内禀增长率(最大

生长速率)参数。 y 是关于 t 的单调递增函数。曲线存在一个拐点,拐点坐标为: $t = \frac{\ln m}{r}$, $y = \frac{A}{2}$,

此时最大生长速率为: $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max} = \frac{Ar}{4}$ 。Logistic 曲线是具有初始值的典型的对称型“S 型”生长曲线。

Mitscherlich 方程:

$$y = A(1 - e^{-rt}) \quad A, r > 0 \quad (2)$$

式中: A 为植物生长的最大参数,即 $A = y_{\max}$; r 为生长速率参数。 y 是关于 t 的单调递增函数。Mitscherlich 方程无拐点,类似于“肩形”,是一种近似的“S 型”,比较适合于描述开始生长较快、无拐点的生长过程。

Gompertz 方程:

$$y = Ae^{-be^{-rt}} \quad A, b, r > 0 \quad (3)$$

式中: A 为植物生长的最大参数, b 是与初始值有关的参数, r 是内禀增长率(最大生长速率)参数。 y 是关于 t 的单调递增函数。拐点坐标为: $t = \frac{\ln b}{r}$, $y = \frac{A}{e}$, 此时最大生长速率为: $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max} = \frac{Ar}{e}$ 。Gompertz 方程是具有初始值的典型“S 型”曲线。

Korf 方程:

$$y = Ae^{-bt^{-c}} \quad A, b, c > 0 \quad (4)$$

式中: A 为植物生长的最大参数,即 $A = y_{\max}$; b 、 c 是方程参数。 y 是关于 t 的单调递增函数。拐点坐标为: $t = \left(\frac{bc}{c+1}\right)^{\frac{1}{c}}$, $y = Ae^{\frac{c+1}{c}}$, 此时最大生长速率为: $\frac{dy}{dt} = A(bc)^{-\frac{1}{c}} \left(\frac{e}{c+1}\right)^{-\frac{c+1}{c}}$ 。

Richards 方程:

$$y = A(1 - e^{-rt})^c \quad A, r, c > 0 \quad (5)$$

式中: A 为植物生长的最大参数,即 $A = y_{\max}$; r 是生长速率参数; c 是与同化作用幂指数 m 有关的参数, $c = \frac{1}{1-m}$ 。 y 是关于 t 的单调递增函数。

拐点坐标为: $t = \frac{\ln c}{r}$, $y = A \left(\frac{c-1}{c}\right)^c$, 此时最大生长速率为: $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max} = Ar \left(\frac{c-1}{c}\right)^{c-1}$ 。

将上述 5 种理论生长方程的参数均用 a 、 b 、 c 取代,则其表达式分别为:

$$\text{Logistic 方程: } y = \frac{a}{1+be^{-ct}} \quad a, b, c > 0 \quad (6)$$

$$\text{Mitscherlich 方程: } y = a(1-e^{-bt}) \quad a, b > 0 \quad (7)$$

$$\text{Gompertz 方程: } y = ae^{-be^{-ct}} \quad a, b, c > 0 \quad (8)$$

$$\text{Korf 方程: } y = ae^{-bt-c} \quad a, b, c > 0 \quad (9)$$

$$\text{Richards 方程: } y = a(1-e^{-bt})^c \quad a, b, c > 0 \quad (10)$$

1.2.4 果实生长模型建立及各生长指标间的相关性分析

采用 DPS 与 MATLAB 软件进行数学建模和统计分析。以 5 月 19 日为初始观测时间(花后 20 d, $t = 20$ d), 10 月 20 日为终止观测时间(花后 174 d, $t = 174$ d), 利用上述 5 种理论生长方程对果实纵径、横径、单果重、体积、干重的生长动态进行拟合, 采用非线性最小二乘方法(麦夸特法, Marquardt)对方程中的参数进行求解, 并计算方程的拐点时间、拐点生长量和最大生长速率。根据拟合精度(剩余离差平方和、决定系数)与参数的生物学意义建立果实各生长指标的数学模型, 对果形指数采用多项式拟合建立变化动态的数学模型, 方程相关指数的显著性采用 F 测验。根据果实各生长指标的动态变化数据作相关性分析。

2 结果与分析

2.1 果实纵径、横径、单果重、体积、干重增长的数学模型

利用 5 种理论生长方程分别建立果实纵径、横径、单果重、体积、干重的生长动态(y)与天数(t)的相关关系, 拟合效果如表 1 所示。不同生长方程对果实纵径的拟合效果不同, 虽然所有方程的相关指数都是极显著的($R > 0.9$, $P < 0.01$), 但剩余离差平方和(Q^2)之间有较大差异。Mitscherlich 方程的决定系数($R^2 = 0.9433$)最小, 剩余离差平方和($Q^2 = 1.6119$)最大, 拟合精度最低; Korf、Richards 方程的决定系数较大、剩余离差平方和较小, 拟合精度较高, 但 Korf 方程的拐点时间、拐点生长量及最大生长速率与实际观测值不符, 参数 a (生长的最大参数, 方程的渐近线, 表示渐近纵径长度)也与实际观测值相差较大, Richards 方程的参数 a 也与实际观测值相差较大, 参数 b 近似于零, 拐点坐标、拐点生长量及最大生长速

率无法计算; Logistic 与 Gompertz 方程对果实纵径拟合的效果较好, 决定系数较高, 剩余离差平方和较小, 参数 a 也与实际观测值很接近, 适合用来建立纵径生长的数学模型。综上分析, 选择拟合精度最高的 Logistic 方程建立苹果果实纵径生长的数学模型:

$$y = \frac{8.0426}{1+3.1156e^{-0.0171t}} \quad 20 \leq t \leq 174 \quad (11)$$

其中, $Q^2 = 0.2453$, $R^2 = 0.9914$, 拐点坐标为: $t = 66.4574$ d, $y = 4.0213$ cm, 此时果实纵径增长速率最大, $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max} = 0.0344$ cm/d, 即约在 7 月 5 日, 果实纵径为 4.0213 cm 时, 纵径增长速率最大(0.0344 cm/d)。

此外, 根据不同理论生长方程对横径、单果重、体积、干重的拟合精度, 以及参数的生物学意义、拐点时间、拐点生长量、最大生长速率与果实生长实际观测值是否相符等, 分别建立了苹果果实其它生长指标的数学模型。

果实横径生长的数学模型选择 Logistic 方程建立:

$$y = \frac{9.3476}{1+3.7615e^{-0.0216t}} \quad 20 \leq t \leq 174 \quad (12)$$

其中, $Q^2 = 0.3709$, $R^2 = 0.9928$, 拐点坐标为: $t = 61.3342$ d, $y = 4.6738$ cm, 此时果实横径的生长速率最大, $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max} = 0.0505$ cm/d, 即约在 6 月 30 日, 果实横径为 4.6738 cm 时, 横径增长速率最大(0.0505 cm/d)。

单果重增长的数学模型选择 Gompertz 方程建立:

$$y = 349.5961e^{-5.0888e^{-0.0147t}} \quad 20 \leq t \leq 174 \quad (13)$$

其中, $Q^2 = 733.3816$, $R^2 = 0.9905$, 拐点坐标为: $t = 110.6831$ d, $y = 128.6092$ g, 此时果实重量的增长速率最大, $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max} = 1.8906$ g/d, 即约在 8 月 18 日, 果实重量为 128.6092 g 时, 增长速率最大(1.8906 g/d)。

果实体积增长的数学模型选择 Gompertz 方程建立:

表 1 5 种理论生长方程对纵径、横径、单果重、体积、干重的拟合效果

Table 1 Results of five theoretical growth equations used to fit dynamic changes in fruit vertical and horizontal diameters, single fruit weight, volume and dry weight

生长指标 Growth indices	方程 Equations	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>R</i> ²	<i>Q</i> ²	<i>t</i> _{<i>l</i>}	<i>y</i> _{<i>l</i>}	$\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max}$
纵径 Vertical diameter	Logistic	8.0426	3.1156	0.0171	0.9914 **	0.2453	66.4574	4.0213	0.0344
	Mitscherlich	7.3952	0.0133		0.9433 **	1.6119			
	Gompertz	9.1559	1.6084	0.0102	0.9911 **	0.2541	46.5922	3.3683	0.0344
	Korf	9.90 × 10 ⁷	19.3382	0.0311	0.9842 **	0.4496	2.96 × 10 ⁻⁸	2.48 × 10 ²²	13.7447
	Richards	406.3693	0.0000	0.5260	0.9853 **	0.4190			
横径 Horizontal diameter	Logistic	9.3476	3.7615	0.0216	0.9928 **	0.3709	61.3342	4.6738	0.0505
	Mitscherlich	9.8254	0.0114		0.9776 **	1.1592			
	Gompertz	10.1979	1.7797	0.0137	0.9924 **	0.3936	42.0763	3.7516	0.0514
	Korf	8.25 × 10 ⁶	16.9722	0.0408	0.9908 **	0.4734	4.60 × 10 ⁻⁵	9.89 × 10 ¹⁷	1.5577
	Richards	21.7683	0.0015	0.6189	0.9910 **	0.4637	-319.8744		
单果重 Single fruit weight	Logistic	264.0648	36.8	0.032	0.9886 **	877.3436	112.6718	132.0324	2.1125
	Mitscherlich	3.08 × 10 ⁵	0.0000		0.9203 **	6143.4521			
	Gompertz	349.5961	5.0888	0.0147	0.9905 **	733.3816	110.6831	128.6092	1.8906
	Korf	7755.6365	23.187	0.3678	0.9891 **	839.3742	144.8934	3.20 × 10 ⁵	1.7763
	Richards	250.0	0.0000	0.0176	0.4599	4.16 × 10 ⁴			
体积 Single fruit volume	Logistic	304.727	38.9558	0.0323	0.9871 **	1329.6446	113.3879	152.3635	2.4607
	Mitscherlich	3.41 × 10 ⁵	0.0000		0.9142 **	8861.9081			
	Gompertz	404.1928	5.2187	0.0148	0.9893 **	1107.5785	111.6384	148.6942	2.2007
	Korf	7408.1	24.9223	0.3925	0.9881 **	1227.6260	143.5574	2.57 × 10 ⁵	2.0687
	Richards	275.0	0.0000	0.0183	0.4985 *	5.18 × 10 ⁴			
干重 Single dry weight	Logistic	41.4779	26.8456	0.0269	0.9832 **	24.4089	122.3086	20.7390	0.2789
	Mitscherlich	5.12 × 10 ⁴	0.0000		0.9306 **	100.9738			
	Gompertz	61.1872	4.3991	0.0115	0.9861 **	20.1484	128.8174	22.5095	0.2589
	Korf	2.62 × 10 ⁷	23.0802	0.1031	0.9867 **	19.3279	1731.5769	1.16 × 10 ¹²	0.3771
	Richards	365.5087	0.0015	1.602	0.9868 **	19.2453	314.1686	76.1977	0.3042

注：a、b、c 为方程参数；*R*² 为决定系数；*Q*² 为剩余离差平方和；*t*_{*l*} 为拐点时间；*y*_{*l*} 为拐点生长量； $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max}$ 为最大生长速率。* 表示在 *P* < 0.05 水平上差异显著；** 表示在 *P* < 0.01 水平上差异显著，下同。

Notes: a, b and c indicate parameters of equation; *R*², Determination coefficient; *Q*², Residual deviation sum of squares; *t*_{*l*}, Inflection point of time; *y*_{*l*}, Inflection point of biomass; $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max}$, Maximum growth rate. * stands for significant differences at *P* < 0.05; ** stands for significant differences at *P* < 0.01, same below.

$$y = 404.1928e^{-5.2187e^{-0.0148t}} \quad 20 \leq t \leq 174 \quad (14)$$

其中，*Q*² = 1107.579，*R*² = 0.9893，拐点坐标为：*t* = 111.6384 d，*y* = 148.6942 cm³，此时果实体积的增长速率最大， $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max}$ = 2.2007 cm³/d，即约在 8 月 19 日，果实体积约为 148.6942 cm³时，增长速率最大(2.2007 cm³/d)。

干重增长的数学模型选择 Gompertz 方程建立：

$$y = 61.1872e^{-4.3991e^{-0.0115t}} \quad 20 \leq t \leq 174 \quad (15)$$

其中，*Q*² = 20.1484，*R*² = 0.9861，拐点坐

标为：*t* = 128.8174 d，*y* = 22.5095 g，此时果实干重增加的速率最大， $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max}$ = 0.2589 g/d，即约在 9 月 4 日，果实干重约为 22.5095 g 时，增长速率最大(0.2589 g/d)。

2.2 果实果形指数变化的数学模型

富士苹果果实果形指数的动态变化呈现出前期逐渐降低，后期趋于稳定的趋势(图 1)。5 月 19 日 ~ 6 月 30 日期间，果实纵径的增长小于横径的增长，所以果形指数减小；6 月 30 日以后，纵径、横径增长的相对速率相近，果形指数维持在一个较稳定的水平。

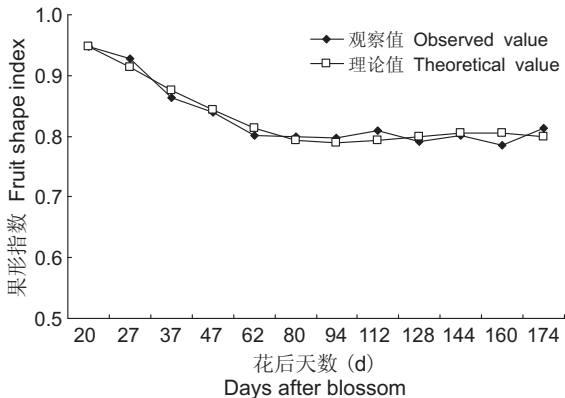


图 1 果形指数的动态变化

Fig. 1 Dynamic change in fruit shape index

果形指数 (y) 与果实发育天数 (t) 之间的回归方程用多项式进行拟合:

$$y = -1.6884 \times 10^{-7} t^3 + 6.3295 \times 10^{-5} t^2 - 7.4795 \times 10^{-3} t + 1.0732$$
$$20 \leq t \leq 174, R^2 = 0.9519 \quad (16)$$

F 测验表明相关指数 R 达到极显著水平 ($P < 0.01$)。

2.3 果实各生长指标间的相关性分析

苹果果实发育过程中, 各个生长指标之间的相关关系如表 2 所示。果实的横径、纵径、单果重、体积、干重两两之间均呈正相关, 且两两之间的相关关系均达到极显著水平 ($P < 0.01$), 相关系数均在 0.96 以上, 说明苹果果实的这些生长指标间相关程度较大。果形指数与横径、纵径、单果重、体积、干重之间呈负相关, 相关系数均小于 -0.66,

其中果形指数与单果重、体积、干重之间呈显著负相关 ($P < 0.05$), 与纵径、横径之间呈极显著负相关 ($P < 0.01$), 表明随着果实的生长, 果形指数呈减小的趋势。果实干物质相对含量与横径、纵径、单果重、体积、干重之间呈负相关, 且均达到极显著水平 ($P < 0.01$), 相关系数均小于 -0.77; 与果形指数呈正相关但不显著, 表明随着果实生长, 果实干物质的相对含量有减小的趋势, 果实的含水量有增加的趋势。果实密度与横径、纵径、单果重、体积、干重之间呈极显著负相关 ($P < 0.01$), 相关系数均小于 -0.76; 果实密度与果形指数、果实干物质的相对含量之间呈极显著正相关 ($P < 0.01$), 相关系数分别为 0.8058 和 0.7726, 表明随着果实生长果实密度有减小的趋势。

3 讨论

3.1 苹果果实生长指标拟合的理论方程选择

理论生长方程对富士苹果果实生长指标的拟合表现出了良好的模拟性能, 不同生长方程对同一生长指标模拟的效果不同 (表 1), 选用多个生长方程克服了单一方程建立数学模型的缺陷。观测值和理论值的差异表示方法很多, 一般选用剩余离差平方和与决定系数作为拟合精度高低的标准, 依此可选择理论生长方程建立数学模型。本研究中 5 种理论生长方程对果实生长指标的拟合精度 (剩余离差平方和与决定系数) 整体较高, 但不同生长方程拟合的最大生长参数、拐点时间、拐点生长量、最大生

表 2 苹果果实各生长指标间的相关性分析
Table 2 Correlation analysis among growth indices of apple fruit

性状 Characters	横径 Horizontal diameter (cm)	纵径 Vertical diameter (cm)	单果重 Single fruit weight (g)	体积 Single fruit volume (cm ³)	干重 Single dry weight (g)	果形指数 Fruit shape index	干物质 相对含量 Relative content of dry matter (%)	果实密度 Fruit density (g/cm ³)
横径	1							
纵径	0.9979 **	1						
单果重	0.9762 **	0.9847 **	1					
体积	0.9752 **	0.9839 **	1 **	1				
干重	0.9693 **	0.9789 **	0.9947 **	0.9942 **	1			
果形指数	-0.7967 **	-0.7592 **	-0.6659 *	-0.6624 *	-0.6602 *	1		
干物质相对含量	-0.8210 **	-0.8287 **	-0.7856 **	-0.7839 **	-0.7702 **	0.5408	1	
果实密度	-0.8602 **	-0.8495	-0.7772 **	-0.7767 **	-0.7616 **	0.8058 **	0.7726 **	1

长速率存在很大差异,部分生长方程与实际观测值差异较大,与实际不符,因此在选择理论生长方程建立数学模型时除了以剩余离差平方和与决定系数作为拟合精度高低的标准外,还应考虑参数的实际生物学意义,以及拐点时间、拐点生长量、最大生长速率等是否与实际观测值相符,即基于多因素或多个指标参数综合判断、选择适合描述生长量的生长方程建立数学模型。

5 种理论生长方程中, Logistic、Gompertz、Korf、Richards 为有拐点的生长方程, Mitscherlich 为无拐点的生长方程; Logistic、Mitscherlich、Gompertz、Richards 是相对生长速率表现为变量的指数函数的方程, Korf 是相对生长速率为变量的幂函数的方程^[1]。张建国等^[7]、段爱国等^[35]应用理论生长方程模拟杉木人工林林分直径结构的研究,以及杨锦昌等^[3]对 2 种藤木生长模拟的研究认为,描述树木或林分生长过程有拐点的生长方程的模拟精度高于无拐点的生长方程;杨锦昌等^[3]对 2 种藤木生长模拟、李凤日^[36]在建立兴安落叶松优势木树高曲线、Liao 等^[37]拟合西黄松林木个体胸高断面面积生长的研究认为,相对生长速率表现为变量的幂函数的方程的模拟精度高于相对生长速率表现为变量的指数函数的方程,而段爱国等^[35]通过对杉木人工林林分直径结构的研究认为变量表现为指数函数的生长方程的模拟精度高。本实验 Logistic、Gompertz 方程对富士苹果果实生长指标的拟合效果最好, Mitscherlich、Korf、Richards 方程的拟合效果较差,方程拟合效果的优劣及选择与方程有无拐点、相对生长速率表现为变量的指数函数或幂函数无必然联系。生长方程可能因拟合对象(指标)及影响因素(如树种、品种、栽培管理措施、环境条件等)的不同而具有不同的拟合效果,因此在描述植物的生长时应综合考虑,并从中选出最适合的生长方程。

3.2 苹果果实生长指标的动态变化及相关性分析

富士苹果果实纵径、横径生长的数学模型适合用 Logistic 方程建立,果实单果重、体积及干重的数学模型适合用 Gompertz 方程建立。Logistic、Gompertz 方程是具有初始值的典型“S 型”曲线,表明富士苹果果实的生长适合用“S 型”曲线来描

述,即生物量最初均比较小,但随时间的推移生物量逐渐增长并到达一个快速生长期,而后生长速率变缓,最终达到稳定的生长量,这与李慧峰等^[33]认为苹果果实纵径、横径动态变化曲线为“S 型”的研究结论一致。

本研究中富士苹果果实生长的数学模型显示,果实纵径、横径、单果重、体积、干重的最大生长速率分别出现在 7 月 5 日、6 月 30 日、8 月 18 日、8 月 19 日、9 月 4 日,表明纵径与横径的最大生长速率具有一定的同步性,在 6 月底 7 月初生长最快;单果重与体积的最大生长速率具有很好的同步性,在 8 月中旬生长最快;干重增长最快的时期要晚于纵径、横径、单果重和体积。果实单果重、体积最大生长速率出现的时期晚于纵径、横径,可能由于生长前期果实较小,虽然纵径、横径的生长很快,但单果重和体积的绝对增加量较小;而在生长中后期果实较大,虽然纵径、横径的生长较慢,但单果重和体积的绝对增加量很大。此外,干重最大生长速率出现的时期较晚可能与生长后期果实中碳水化合物等内含物的加速积累和转化有关。

本研究富士苹果果实纵径、横径、单果重、体积和干重的理论生长方程中,最大生长参数均明显大于各生长指标的最大观测值(10 月 20 日的观测值),这表明 10 月 20 日采收时果实可能还有继续生长、增大的潜力,这与田勤科等^[38]认为生产上富士苹果采收过早是果实品质不佳的主要原因,建议推迟到 10 月下旬采收为宜的观点相符。

在果实生长发育进程中,各指标间相互关联,彼此表现出有顺序、有节奏的变化趋势^[10]。本研究对苹果果实各生长指标间的相关性分析也表明,纵径与横径的相关系数(0.9979)、单果重与体积的相关系数(1.0000)均较高,这与纵径与横径最大生长速率同步、单果重与体积最大生长速率同步的研究结果相符。

建立果实生长发育的数学模型,可以更科学地预测和掌握果实不同时期的发育水平,为加强科学管理提供理论依据^[10,11,17,39-42]。本研究在田间实验的基础上,根据理论生长方程建立的数学模型与多项式拟合等经验方程相比,机理性较强,简单可靠,具有实际应用意义;同时,构建的数学模型

以时间因子为自变量, 且具有拐点坐标, 据此可以为生产上根据果实生长发育规律在不同时期采取相应的栽培技术措施(如肥水管理等)提供理论参考。但是, 数学模型是在具体年份和一定条件下建立的, 而果实的生长发育受品种、土壤、管理措施、天气条件等因子的影响, 模型的通用性需要进一步研究, 因此利用包含生态因子的广义生长方程建立通用性更广、机理性更强的果实生长模型是今后工作的重点和方向^[43]。

参考文献:

- [1] Zeide B. Analysis of growth equations[J]. *Forest Sci*, 1993, 39(3): 594-616.
- [2] Yaussy AD. Comparison of an empirical forest growth and yield simulator and a forest gap simulator using actual 30-year growth from two even-aged forests in Kentucky[J]. *Forest Ecol Manag*, 2000, 126(3): 385-398.
- [3] 杨锦昌, 尹光天, 李荣生, 冯昌林, 邹文涛. 5 种生长方程在 2 种藤林生长模型中的应用[J]. *福建林学院学报*, 2007, 27(3): 217-221.
- [4] 肖玮, 殷华, 阎秀峰, 孙国荣. 星星草种群地上生物量形成规律的数学拟合[J]. *哈尔滨师范大学学报: 自然科学版*, 1997, 13(1): 102-105.
- [5] 郝敦元, 刘钟龄, 王伟, 梁存柱. 内蒙古草原退化群落恢复演替的研究——群落演替的数学模型[J]. *植物生态学报*, 1997, 21(6): 503-511.
- [6] Li F, Zhao B, Su G. A derivation of the generalized Korf growth equation and its application[J]. *J Forest Res*, 2000, 11(2): 81-88.
- [7] 张建国, 段爱国. 理论生长方程对杉木人工林林分直径结构的模拟研究[J]. *林业科学*, 2003, 39(6): 55-61.
- [8] 徐春明, 贾志宽, 韩清芳. 巨人 201+Z 苜蓿地上部分生长特性的研究[J]. *西北植物学报*, 2003, 23(3): 481-484.
- [9] 张彩琴. 内蒙古典型草原生长季内植物生长动态的数学模型与计算机模拟研究[D]. 呼和浩特: 内蒙古大学, 2007: 32-44.
- [10] 包东娥, 刘尊春, 宋林森. 金太阳杏果实生长发育的数学模型研究[J]. *安徽农业科学*, 2007, 35(4): 945-946.
- [11] 刘勇, 刘善军, 唐建军, 黄玄, 蔡冲. 甜柿果实发育数学模型研究[J]. *江西农业大学学报*, 2003, 23(3): 308-312.
- [12] 刘冰浩, 区善汉, 刘升球, 麦适秋. 金柑果实生长发育的数学模型研究[J]. *安徽农业科学*, 2011, 39(3): 1281-1282.
- [13] 段金辉, 赵连德, 翟英临, 张延河. 早砂西瓜果实生长发育数学模型研究[J]. *北方园艺*, 2012, (6): 23-25.
- [14] 李玉石. 日光温室油桃果实生长发育的数学模型研究[J]. *安徽农业科学*, 2009, 37(25): 11953-11954.
- [15] 朱建华, 刘冰浩, 朱松生, 冼礼卓, 林竞鸿, 叶权, 彭宏祥. ‘鸡嘴荔’果实发育及其数学模型建立与分析[J]. *中国农学通报*, 2013, 29(34): 107-110.
- [16] 吴文龙, 王小敏, 赵慧芳, 方亮, 闫连飞, 李维林. 黑莓品种 Boysen 果实发育模型的建立与分析[J]. *江苏农业学报*, 2010, 26(5): 1048-1052.
- [17] 匡晓东, 杨文学, 王聪田. 安农无核蜜香柚果实生长发育的数学模型研究[J]. *浙江柑橘*, 2000, 17(3): 31-34.
- [18] 刘丽琴, 李伟才, 王一承, 魏永赞, 石胜友. 石硖龙眼果实生长发育模型研究[J]. *广东农业科学*, 2013, (22): 51-55.
- [19] 薄颖生, 翟梅枝, 毛富春, 郑继成. 两个品种核桃果实生长模型及生理落果规律研究[J]. *北方园艺*, 2013(2): 33-35.
- [20] 徐回林, 陈金印, 辜青青, 喻晓强, 曾涛. 基于 Logistic 模型研究南丰蜜橘(*Citrus reticulata* Blanco)果实的生长动态[J]. *江西农业大学学报*, 2010, 32(6): 1131-1135.
- [21] 刘慧, 张国桢, 张宏辉, 程高佑. 温室油桃叶片与果实生长模型及其分析[J]. *西北林学院学报*, 2010, 25(1): 86-89.
- [22] 袁启凤, 蔡永强, 陈守一, 李向林, 李金强. 纽荷尔脐橙果实生长规律 Logistic 模型探究[J]. *江西农业学报*, 2011, 23(8): 36-38.
- [23] Avanza MM, Bramardi SJ, Mazza SM. Statistical models to describe the fruit growth pattern in sweet orange ‘Valencia late’[J]. *Span J Agric Res*, 2008, 6(4): 577-585.
- [24] Godoy C, Monterubbianesi G, Tognetti J. Analysis of highbush blueberry (*Vaccinium corymbosum* L.) fruit growth with exponential mixed models[J]. *Sci Hort*, 2008, 115: 368-376.
- [25] 赵世荣, 廖康, 安晓芹, 李楠, 刘娟, 章世奎. 极晚

- 熟杏品种冬杏果实生长发育动态及模型研究[J]. 新疆农业大学学报, 2013, 36(3): 207–212.
- [26] 高照全, 张显川, 李天红, 王小伟. 干旱胁迫下桃树果实直径的动态模拟[J]. 生物数学学报, 2007, 22(2): 377–383.
- [27] 杨丽丽, 王一鸣, 康孟珍, 董乔雪. 基于修正 Logistic 模型的番茄单个果实生长规律模拟[J]. 农业机械学报, 2008, 39(11): 81–84.
- [28] 刁明, 戴剑锋, 罗卫红, 袁昌梅, 卜崇兴, 鲜开梅, 张生飞, 徐蕊. 温室甜椒生长与产量预测模型[J]. 农业工程学报, 2009, 25(10): 241–246.
- [29] 袁昌梅, 罗卫红, 邵翔, 张生飞, 金亮, 陈永山, 卜崇兴, 徐刚. 温室网纹甜瓜干物质分配、产量形成与采收期模拟研究[J]. 中国农业科学, 2006, 39(2): 353–360.
- [30] 倪纪恒, 陈学好, 陈春宏, 徐强, 赵大球. 用辐射积分法模拟温室黄瓜果实生长[J]. 农业工程学报, 2009, 25(5): 192–196.
- [31] 滕林, 程智慧, 赖琳玲, 陈学进, 冯武煊. 基于温度和太阳辐射的番茄果型果径模拟模型[J]. 西北农业学报, 2010, 19(5): 141–144.
- [32] 张智优, 曹宏鑫, 陈兵林, 刘岩, 陈昱利. 设施番茄果实生长及产量形成模拟模型[J]. 江苏农业学报, 2012, 28(1): 145–151.
- [33] 李慧峰, 李林光, 张琮, 吕德国. 苹果果实生长发育数学模型研究[J]. 江西农业学报, 2008, 20(4): 40–42.
- [34] 孟宪宇. 测树学[M]. 第 3 版. 北京: 中国林业出版社, 2006: 179–187.
- [35] 段爱国, 张建国, 童书振. 6 种生长方程在杉木人工林林分直径结构上的应用[J]. 林业科学研究, 2003, 16(4): 423–429.
- [36] 李凤日. 兴安落叶松天然林直径分布及产量预测模型的研究[J]. 东北林业大学学报, 1987, 15(4): 7–151.
- [37] Liao C, Podrazsky V. Growth analysis of individual tree basal area of western yellow pine introduced in Kostelec region [J]. *J Northwest For Univ*, 2001, 16(4): 1–51.
- [38] 田勤科, 吴艳新, 曹自成, 郭江, 郑军民. 富士苹果果实发育生理研究[J]. 河北林业科技, 2004, 12(6): 5–7.
- [39] 杨照渠, 陈旦蕊, 苏士法. 东魁杨梅果实生长发育规律初探[J]. 浙江农业科学, 2003(1): 7–9.
- [40] 林忠辉, 莫兴国, 项月琴. 作物生长模型研究综述[J]. 作物学报, 2003, 29(5): 750–758.
- [41] 马丽丽. 番茄生长模型及日光温室小气候建模的研究[D]. 沈阳: 沈阳农业大学, 2009: 6–10.
- [42] 施泽平. 温室甜瓜生长模型的研究及栽培管理专家系统的建立[D]. 南京: 南京农业大学, 2005: 28–35.
- [43] 于强, 傅抱璞, 姚克敏. 包容生态因子的广义 Logistic 模型[J]. 生态学报, 1996, 16(3): 289–294.

(责任编辑: 刘艳玲)